

Abstract

Die moderne Portfoliotheorie und die darauf aufbauende Portfoliooptimierung ist eines der wesentlichen Konzepte zur Investitionsplanung unter Unsicherheit. In diesem Beitrag wird dieser Ansatz auf das Investitionsverhalten in einen fiktiven Anlageraum von Windstandorten übertragen und der sich ergebene Portfoliodiversifikationsgrad untersucht.

Im Ergebnis wurden im derzeitigen Vergütungsregime des EEG und bei den vorliegenden Daten geringe Diversifikationseffekte vorgefunden. Die Investitionstätigkeit im Modell konzentriert sich auf wenige Onshorestandorte. Bei Anpassung der Vergütungssätze des EEG, wie in der momentan diskutierten Novellierung des EEG angeregt, folgt aus den Modellrechnungen eine zunehmende Investitionstätigkeit in Offshorestandorte und eine größere Portfoliodiversifikation. Aufgrund der hohen Investitionskosten bzw. Risiken muss aber ein deutlicher Abstand zur Onshorevergütung gewahrt werden, da erhöhte Risiken vom Investor eine erhöhte Rendite verlangen. Daneben wird in einem zweiten Schritt gezeigt, wie ein Betreiber einer Windkraftanlage diese Methodik als Entscheidungsunterstützung verwenden kann, um in Abhängigkeit seiner Risikoaversion zwischen fixer EEG und variabler Spotvermarktung zu wählen.

Einleitung

In diesem Artikel greifen wir die Grundidee der Portfoliooptimierung auf und stellen zunächst eine Erweiterung des Ansatzes auf das allgemein ver-

Dr. Jörg Borchert
BET GmbH
Theaterstr. 58-60
52062 Aachen

joerg.borchert@bet-aachen.de

¹ Dipl. Ing. Ralf Schemm ist freier Mitarbeiter bei der BET GmbH in Aachen und Doktorand am Fachgebiet für Energie- und Rohstoffwirtschaft der TU-Berlin; ralf.schemm@googlemail.com.

Einsatz der Portfoliotheorie im Asset Allokations-Prozess am Beispiel eines fiktiven Anlageraumes von Windkraftstandorten

Jörg Borchert, Ralf Schemm¹

wendbare Risikomaß des Conditional Value at Risk dar. Hierauf aufbauend skizzieren wir die grundsätzlichen Anwendungsmöglichkeiten dieser Methode im Energiehandel. Zum einen lassen sich Portfolien mittels der Rendite- und Risikomaße effizient steuern und zudem strukturierte Produkte im Kontext eines unvollständigen Marktes bepreisen. Ziel ist es aber, diese allgemeine und üblicherweise vom Handel verwendete Methodik beispielhaft auf die Fragestellung der Investition in ein fiktives Portfolio aus Windkraftanlagen anzuwenden.

In einem ersten Schritt modellieren wir die abzubildenden Risikofaktoren. Diese sind in diesem Artikel die Einspeiseleistung durch eine stochastische Windgeschwindigkeit, der EEX-Spotpreis sowie die Investitionskosten. Die Risikofaktoren sind Grundlage der zu erfolgenden Portfoliooptimierung im Rendite - Risikoraum der Anlagemöglichkeiten.

Grundlagen der Portfoliooptimierung

In den 50er Jahren begründete Harry Markowitz die moderne Portfoliotheorie.² Im Gegensatz zur traditionellen Herangehensweise, in der die Rendite einer Anlage das einzige Selektionskriterium für die Portfoliozusammenstellung war, entwickelte Markowitz einen

quantitativen Optimierungsansatz, der zusätzlich auf den Parametern Standardabweichung und Kovarianz bzw. Korrelationen der Renditen aufbaut. Hierbei wird jede Anlage in einem Portfoliozusammenhang bewertet.³

Im Falle einer Normalverteilung der Renditen reichen die Parameter Erwartungswert und Standardabweichung aus, um die Verteilungsfunktion abbilden zu können. Daraus folgt, dass Markowitz eine Portfolioauswahl, beschränkt auf diese Kennzahlen, ohne Informationsverlust entwickeln konnte.

Die Vorgehensweise der Portfoliooptimierung nach dem Ansatz von Markowitz wird im Folgenden kurz skizziert.

Definition der Rendite sowie des Risikos in dem Konzept von Markowitz

In allgemeiner Form versteht man unter der Rendite eine Kennziffer, die den Gesamtertrag einer Investition, über einen bestimmten Zeitraum, in Prozent des angelegten Kapitals, misst.⁴ Bezogen auf den Kapitalmarkt bezeichnet die Rendite einer Anlage die relative Wertveränderung innerhalb einer bestimmten Periode:

$$r = \frac{P_t - P_0}{P_0}$$

³ Vgl. Garz, H., Günther, S., Cyrus, M. (1997) S.17

⁴ Vgl. Gast, C. (1998) S.46

mit:

r = Rendite

P₀ = Preis der Anlage zum Zeitpunkt 0

P_t = Preis der Anlage zum Zeitpunkt t

Bei einem Portfolio, das sich zu bestimmten Anteilen aus n verschiedenen Anlagen zusammensetzt, die jede nach Beendigung einer Periode eine Einzelrendite r_i besitzen, lässt sich die Rendite des Portfolios aus der gewichteten Summe der Einzelrenditen berechnen:

$$r_p = \sum_{i=1}^n \alpha_i r_i \quad \text{mit} \quad 1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

und mit:

n = Anzahl der Anlagen

α_i = relativer Anteil der i-ten Anlage im Portfolio

r_i = Rendite der i-ten Anlage

r_p = Rendite des Portfolios

Bei der Betrachtung der Rendite in dieser Arbeit handelt es sich um eine in die Zukunft gerichtete Größe, d.h. sie stellt eine Zufallsvariable dar, so dass nicht die zukünftige Rendite selbst, sondern lediglich ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. deren Parameter (z.B. ihr Erwartungswert μ) zum aktuellen Betrachtungszeitpunkt angegeben werden kann. Der Erwartungswert der Portfoliorendite kann als die gewichtete Summe der Erwartungswerte der darin enthaltenen Anlagerenditen betrachtet werden:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i$$

mit:

μ_p = Erwartungswert der Portfoliorendite

μ_i = Erwartungswert der Rendite der i-ten Anlage

Eine Kennzahl, durch die das Gesamtrisiko einer Anlage zum Ausdruck kommt, ist die Varianz. Mathematisch gibt die Varianz die gewichtete Summe der quadrierten Abstände der einzelnen Ausprägungen von ihrem Mittelwert an:

$$\sigma_i^2 = E[r_i - E[r_i]]^2 = E[r_i^2] - [E[r_i]]^2 \quad \text{mit}$$

σ_i² : Varianz der i-ten Anlage

Im Portfoliomanagementprozess wird für jede zukünftige Rendite, deren Ausprägung zum jetzigen Zeitpunkt unsicher ist, eine Angabe über die Streuung um den Erwartungswert der Rendite in Form der Standardabweichung – d.h. der Wurzel der Varianz – berechnet.

Der Grundgedanke der Portfoliooptimierung ist, dass der „Wert“ einer Anlage für das Portfolio nicht nur von Kennzahlen abhängt, welche die Anlage für sich allein stehend charakterisieren (Rendite, Varianz), sondern dass auch Kennzahlen wie die Kovarianz bzw. Korrelation bei dem Optimierungsprozess eine entscheidende Rolle spielen. Diese Kennzahlen beschreiben das Verhältnis zweier Anlagen zueinander. Die Kovarianz berechnet sich allgemein mit:

$$\sigma_{ij} = E[r_i - E[r_i]] [r_j - E[r_j]] = E[r_i r_j] - E[r_i] E[r_j]$$

mit σ_{ij}: Kovarianz der i-ten und j-ten Anlage

Die Kovarianz wird bei Markowitz verwendet, um das Gesamtrisiko eines Portfolios zu berechnen. Die Varianz der Rendite eines Portfolios ergibt sich nicht wie die Rendite selbst aus der gewichteten Summe der Einzelrenditen.

$$\text{Mit } r_p = \sum_{i=1}^n \alpha_i r_i \quad \text{bzw.}$$

$$\sigma_i^2 = E[r_i^2] - [E[r_i]]^2 \quad \text{und}$$

$$\sigma_{ij} = E[r_i r_j] - E[r_i] E[r_j] \quad \text{folgt:}$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij}$$

mit σ_p² : Varianz des Portfolios

Der erste Term beschreibt die Summe der Einzelvarianzen, der zweite die Summe der Kovarianzen. Die Einzelvarianzen nehmen positive Werte an und erhöhen damit das Gesamtrisiko. Die jeweilige Kovarianz kann sowohl positiv als auch negativ ausfallen und damit die Gesamtvarianz mindern.

Die Formel lässt sich vereinfachen zu

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij}$$

mit σ_{ij} = σ_i² für i = j.

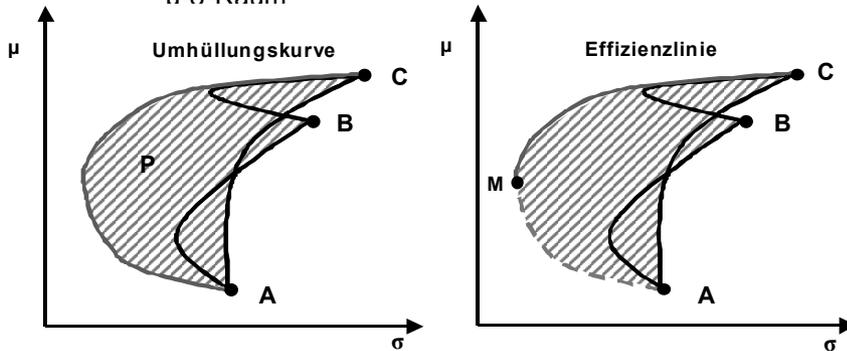
Ein Portfolio, bestehend aus n Einzelbestandteilen, besitzt eine Gesamtvarianz, die sich aus n Einzelvarianzen und 0,5 * n * (n-1) Kovarianzen zusammensetzt. Daraus wird ersichtlich, dass die Kovarianzen durch ihre größere Anzahl für den Gesamtwert der Portfoliostandardabweichung ein höheres Gewicht besitzen als die Einzelvarianzen. Diese Überlegungen bilden die Grundlage des nun darzustellenden Diversifikationseffektes.

Berechnung der optimalen Portfoliozusammenstellung in dem Konzept von Markowitz

Bei n>2 Anlagemöglichkeiten liegen die erreichbaren Erwartungswert-Standardabweichungskombinationen im μσ-Raum innerhalb einer Fläche. Es müssen nicht nur alle Kombinationsmöglichkeiten der n Anlagen, sondern auch die jeweiligen Anteilshöhen berücksichtigt werden. Aus dieser Überlegung folgt, dass jede beliebige Kombination erreicht werden kann, die innerhalb der Fläche liegt, welche durch die Umhüllungskurve und die Kurven, die durch paarweise Kombination der Anlagen entstehen, begrenzt wird, wie in Abbildung 1 gezeigt. Diese Fläche wird auch als Opportunity-Set bezeichnet, und entspricht der Menge aller zulässigen Portfolios.⁵ Die Umhüllungskurve definiert dabei den Rand aller μσ-Tupel, die im μσ-Raum durch eine beliebige Kombination von zur Verfügung stehenden Anlagen generiert werden können. Alle μσ-Punkte außerhalb dieses Randes sind nicht durch ein Portfolio, bestehend aus diesen Anlagen, erreichbar. Nach den Ausführungen von Markowitz wird ein Anleger versuchen, sein Portfolio so zu gestalten,

⁵ Vgl. Markowitz, H. (1992) S.130

Abbildung 1: Entwicklung effizienter Portfolios dreier Anlagealternativen im μ - σ -Raum



ten, dass es sich auf der Effizienzlinie befindet.⁶

Portfolios auf der Effizienzlinie weisen die Eigenschaft auf, dass zu jedem vorgegebenen Erwartungswert kein anderes erreichbares Portfolio existiert, welches eine geringere Standardabweichung besitzt, bzw. dass zu einer bestimmten Standardabweichung keine höhere Rendite durch ein anderes Portfolio erreichbar ist.⁷

Wenn eine Kombination von Erwartungswert und Standardabweichung ineffizient ist, bedeutet dies umgekehrt, dass sich eine zulässige Zusammenstellung finden lässt, die entweder bei gleicher Rendite eine geringere Standardabweichung oder bei gleicher Standardabweichung eine höhere Rendite erzielt. Dies ist für alle Punkte innerhalb der Fläche und auf dem konvexen Teil der Umhüllungskurve der Fall. Auf dem konkaven Teil der Umhüllungskurve, der Effizienzlinie, sind die vorher formulierten Bedingungen erfüllt.⁸

Die Herleitung der Effizienzlinie geschieht in folgendem Optimierungsprozess, wobei die Erwartungswerte der Portfoliorendite vorgegeben werden müssen:

$$\text{MIN}_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij}$$

mit $\sigma_{ij} = \sigma_i^2$ für $i = j$

unter den Nebenbedingungen:

1. Vorgabe des zu erzielenden Erwartungswertes der Portfoliorendite:

$$\mu_P = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i = \mu$$

2. alle Portfolioanteile addieren sich zu 100%:

$$1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

3. es dürfen keine negativen Anlageanteile gehalten werden (Leerverkäufe):

$$\alpha_i \geq 0$$

Aus der gesamten Menge an erreichbaren Portfolios wird zu jedem vorgegebenen Erwartungswert das Portfolio mit der geringsten Standardabweichung ermittelt und als Punkt im μ - σ -Raum abgebildet. Die Portfolios, die auf der Umhüllungskurve vom Punkt M bis C liegen (Effizienzlinie), werden auch als Minimum-Varianz-Portfolios bezeichnet.⁹

Das ursprüngliche Modell von Markowitz wurde stark erweitert (z.B. Integration risikofreier Anlagen bzw. weitere Restriktionen), was hier nicht weiter vertieft werden soll.

Nutzenfunktion und optimale Portfoliozusammensetzung in dem Konzept von Markowitz

Bei der bisherigen Vorgehensweise wurde eine Optimierung gewählt, die μ - σ -Kombinationen hervorbringt, die das Kriterium der Effizienz erfüllen. Der Entscheider wird nun mit dem

Problem konfrontiert, ein einziges für ihn optimales Portfolio aus dieser Menge zu wählen. Diese Auswahl geschieht mit Hilfe einer Risikopräferenz bzw. Nutzenfunktion.

Grundsätzlich kann zwischen drei Verhaltensweisen eines Investors und entsprechend dessen Risikopräferenz unterschieden werden, wobei $N(V)$ der einem Vermögen zugeordnete Nutzenwert und $E(.)$ der Erwartungswertoperator ist.

In der Praxis und in der zum Portfoliomangement üblichen Literatur wird angenommen, dass die Nutzenfunktion einen konkaven Verlauf besitzt, die auch als Neumann-Morgenstern Nutzenfunktion eines risikoaversen Investors bezeichnet wird.¹⁰ Dies folgt aus den Prämissen der Risikoaversion und der Nichtsättigung des Nutzens, die für die Realität angenommen werden.

Auf einer Präferenzindifferenzkurve eines risikoaversen Investors (siehe Abbildung 2) muss bei einer Steigerung der Standardabweichung eine überproportionale Steigerung des Erwartungswertes vorliegen, damit der neue Punkt auf derselben Kurve liegt. Weiter innen liegende Kurven werden bevorzugt, da bei gleichem Risiko eine höhere Rendite bezogen werden kann. Die Kurve, die tangential die Effizienzlinie berührt, stellt die am höchsten erreichbare Indifferenzpräferenzkurve dar. D.h. mathematisch wird der Nutzen aus der Wahl der verschiedenen auf der Effizienzlinie liegenden μ - σ -Tupel maximiert.

Dies geschieht im Punkt P der Effizienzlinie, so dass der Anleger dieses Portfolio wählt. Das Zustandekommen genau eines optimalen Portfolios liegt daran, dass die Iso-Präferenzkurve einen konvexen Verlauf und die Effizienzlinie einen konkaven Verlauf im μ - σ -Raum besitzt.

⁶ Vgl. Markowitz, H. (1952): S.87

⁷ Vgl. Benninga, S. (1998) S.94

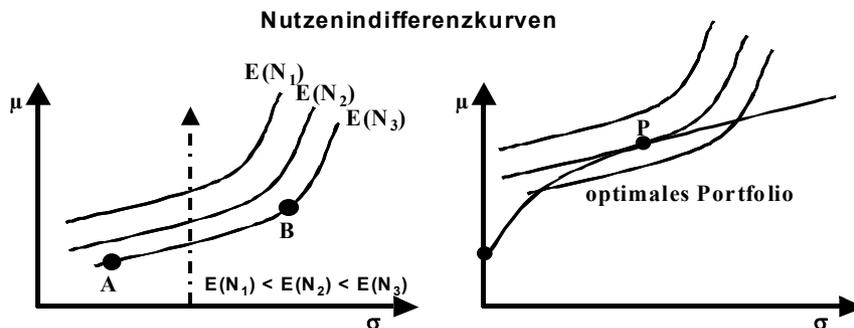
⁸ Vgl. Elton, E., Gruber, M. (1991) S.49

⁹ Vgl. Garz, H. Portfolio-Management (1997) S.48

¹⁰ Vgl. Auckenthaler, C. (1994) S.126

In praxi werden anstelle der Standardabweichung weiterentwickelte Verfahren der Risikomessung verwendet. Insbesondere werden so genannte Downside-Risikomaße eingesetzt. Diese Familie der Risikomaße enthält das besonders häufig verwendete Maß des Value at Risks, auf das wir unten eingehen werden. Zunächst wollen wir aber allgemeine Anforderungen an Risikomaße formulieren und den Value at Risk sowie insbesondere den Conditional Value at Risk skizzieren, um dann auf eine Modifikation des Portfoliooptimierungsansatzes einzugehen.

Abbildung 2: Präferenzindifferenzkurve im μ - σ -Raum; Wahl des optimalen Portfolios



Erweiterung des Modells zur Portfoliooptimierung¹¹

Eigenschaften von Risikomaßen

Das Risiko, das im Zahlungsstrom X enthalten ist, soll quantifiziert und in einer Zahl zusammengefasst werden. Stellt X irgendeinen unsichereren Zahlungsstrom dar, z. B. den aus einem Stromhandelsportfolio, dann soll mit $\rho(X)$ das Risiko von X bezeichnet werden. Eine Forderung für das Risikomaß liegt auf der Hand:

- falls $X \leq Y$, $fo\ lg\ t$
 $\rho(X) \geq \rho(Y)$ (Monotonie)

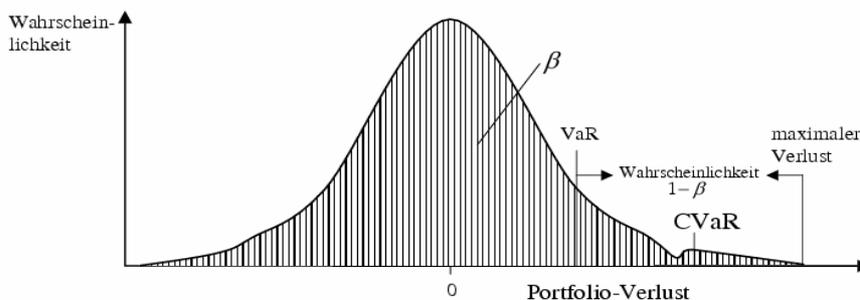
Wenn der Zahlungsstrom X stets – d. h. in jedem Umweltzustand – nicht besser als Y ausfällt, ist X mindestens so riskant wie Y .

Eine weitere wünschenswerte Eigenschaft ist die Cash-Invarianz:

- falls $m \in \mathbb{R}$, ist $\rho(X + m) = \rho(X) - m$
 (Translationsinvarianz)

Wenn zu einem Zahlungsstrom X ein fixer in jedem Zustand gleicher Betrag addiert wird, ist das Risiko dieser neuen Position um diesen Geldbetrag zu verringern. Es drängt sich noch eine weitere Interpretation auf. Risikomaße werden in der Finanzbranche zur Feststel-

Abbildung 3: Prinzip des VaR und CVaR



lung von Kapitalerfordernissen verwendet, d. h. $\rho(X)$ wird oft als Kapitalerfordernis aufgefasst. Der Sinn dessen besteht darin, die wirtschaftliche Situation durch Vorhalten von "Vorsorgekapital" abzusichern.

Die dritte Eigenschaft, die üblicherweise verlangt wird, ist die Anerkennung von Diversifikation. Diese Eigenschaft erfordert, dass das Risikomaß konvex ist:

- für alle $\gamma \in (0, 1)$, $fo\ lg\ t$
 $\rho(\gamma X + (1 - \gamma)Y) \leq \gamma \rho(X) + (1 - \gamma)\rho(Y)$
 (pos. Homogenität und Sub-Additivität)

Nach diesen allgemeinen Anmerkungen werden nun die beiden oben benannten Risikomaße kurz vorgestellt.

VaR und CVaR

Der VaR definiert den maximal möglichen Verlust innerhalb einer vorgegebenen Haltedauer, der mit einer Wahrscheinlichkeit von β nicht überschritten wird. In Abbildung 3 stellt er somit ein Quantil dar, das die Dichtefunktion der Verlustverteilung in die Teile β und $1 - \beta$

β unterteilt. Aus der Perspektive des Kapitalerfordernisses bei riskanten Handelspositionen kann man den $VaR(\beta)$ auch als den notwendigen Rückstellungsbedarf interpretieren, der gewährleistet, dass die Wahrscheinlichkeit eines Verlustes $1 - \beta$ ist.

Der CVaR stellt den erwarteten Verlust dar, unter der Bedingung, dass dieser den VaR überschreitet.

Der CVaR besitzt wünschenswerte Eigenschaften für die Portfoliorisiko-Steuerung. Er stellt ein kohärentes Risikomaß dar. Unter dem Begriff der Kohärenz werden die oben skizzierten Eigenschaften axiomatisch gefordert, die eine konsistente Risikomessung im Portfolioverbund garantieren. Weiterhin lässt sich zeigen, dass aus entscheidungstheoretischer Sicht eine Rendite-Risiko-Optimierung unter Verwendung des CVaRs im Einklang mit einer Erwartungsnutzen-Maximierung risikoaaverser Investoren steht.

In der Praxis hat sich der Value at Risk weithin als Risikomaß zur Messung der Marktpreis-Risiken etabliert. Dieses Risikomaß liefert konsistente

¹¹ vgl. Borchert, J. / Schemm, R. / Korth, S. (2006), S. 233 ff.

Informationen der Portfoliorisiko-Messung, wenn normal verteilte Portfolioerenditen vorliegen. Falls diese Normalverteilungsannahme nicht erfüllt ist, geht jedoch die Eigenschaft der Subadditivität des VaRs und damit dessen Konvexität und Kohärenz verloren. Ein weiteres Problem des VaRs ist, dass alle Verluste unterhalb der VaR-Schwelle identisch berücksichtigt werden. Dieser Tatbestand erzeugt ein moralisches Risiko. Händler werden unter Umständen Positionen eingehen, die zu riskant sind.

Die mathematischen Ausführungen zur Berechnung des VaRs sind den Ausführungen von Krokmal, P. et al.¹² entnommen. $l(\alpha, X)$ ist der Verlust, der bei Verwendung einer bestimmten Portfolioentscheidung α und der Realisierung des Risikofaktors X (z. B. Spotpreis) auftritt. Der Verlust definiert sich als negative Abweichung vom Erwartungswert. Der Vektor α kann als Portfolioentscheidung interpretiert werden aus der Gesamtmenge A aller zur Verfügung stehenden Finanzkontrakte. Für jede bestimmte Portfolioentscheidung α definiert der Verlust $l(\alpha, X)$ eine Zufallsvariable, deren Verteilungsfunktion von X abhängt. Die Dichtefunktion von X wird durch $f(x)$ charakterisiert. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Verlust $l(\alpha, X)$ einen bestimmten Grenzwert ξ nicht überschreitet, wird durch das folgende Integral erfasst:

$$\Psi(\alpha, \xi) = \int_{l(\alpha, x) \leq \xi} f(x) dx$$

Der Integrationsbereich ist gerade der Bereich aller x mit $l(\alpha, x) \leq \xi$. In Abhängigkeit von ξ und α stellt $\Psi(\alpha, \xi)$ die Verteilungsfunktion des mit α verbundenen Verlustes dar. Der β -VaR und β -CVaR für eine Verlustverteilung, bedingt durch α und durch eine Verlustwahrscheinlichkeit $\beta \in (0, 1)$, wird mit $\xi_{\beta(\alpha)}$ und $\Phi_{\beta(\alpha)}$ bezeichnet. Es gilt

$$\xi_{\beta(\alpha)} = \min\{\xi \in R : \Psi(\alpha, \xi) \geq \beta\}$$

$$\Phi_{\beta(\alpha)} = (1 - \beta)^{-1} \int_{l(\alpha, x) \geq \xi_{\beta(\alpha)}} l(\alpha, x) f(x) dx.$$

Da der Ausdruck für den CVaR den VaR selbst als Funktion $\xi_{\beta(\alpha)}$ enthält, ist der Umgang mit dem CVaR sehr schwierig, sofern man keine analytische Darstellung des VaRs hat. Krokmal, P. et al. haben eine Lösung für dieses Problem vorgeschlagen. Sie führen zunächst die folgende Funktion ein: $F_{\beta}(\alpha, \xi) =$

$$\xi + (1 - \beta)^{-1} \int_{l(\alpha, x) > \xi} [l(\alpha, x) - \xi]^+ f(x) dx$$

wobei wir mit $[\cdot]^+ = \max[0, \cdot]$ bezeichnen. Wir ersetzen den VaR in der Definition des CVaR durch die Konstante ξ und subtrahieren die Konstante im Integranden. Krokmal, P. et al. bewiesen, dass die Funktion $F_{\beta}(\alpha, \xi)$ konvex ist, der VaR das Minimum dieser Funktion darstellt und dass man durch Minimieren der Funktion $F_{\beta}(\alpha, \xi)$ den CVaR erhält:

$$\phi_{\beta}(\alpha) = \underset{\xi, \alpha}{\text{MIN}} F_{\beta}(\alpha, \xi)$$

Das Integral von $F_{\beta}(\alpha, \xi)$ kann in verschiedenen Weisen approximiert werden, z. B. durch eine Stichprobe der Verteilungsfunktion von X gemäß der Dichte $f(x)$. Wenn man durch die Stichprobe eine Auswahl von Vektoren x_1, x_2, \dots, x_j erhält, ist die entsprechende Näherung für

$$F_{\beta}(\alpha, \xi) =$$

$$\xi + (1 - \beta)^{-1} \int_{x \in R} [l(\alpha, x) - \xi]^+ f(x) dx$$

$$\tilde{F}_{\beta}(\alpha, \xi) =$$

$$\xi + (1 - \beta)^{-1} \sum_{j=1}^J \frac{1}{j} \underbrace{[l(\alpha_j, x_j) - \xi]^+}_{z_j}$$

Wenn die Verlustfunktion $l(\alpha, x)$ linear bezüglich α ist, ist die Funktion $\tilde{F}_{\beta}(\alpha, \xi)$ konvex und stückweise linear.

Modell für die Portfoliooptimierung

Im Folgenden wird das grundlegende Rendite-Risiko-Optimierungsmodell formuliert, um die Effizienzlinie zu berechnen, wobei wir als Risikomaß den CVaR verwenden.¹³ Die Optimierungsaufgabe lautet wie folgt:

Maximiere die erwartete Rendite μ unter den Nebenbedingungen

- CVaR der Verlustverteilung \leq Verlustrisiko-Obergrenze ω
- Betrachtung nur zulässiger Portfolios

Mathematisch formuliert bedeutet dies:

$$\max_{\alpha} \mu(\alpha)$$

$$u.d.N. \quad \phi_{\beta}(\alpha) \leq \omega$$

$$\alpha \in A$$

Für die praktische Umsetzung verwenden wir eine Darstellung als lineares Optimierungsproblem, so dass wir den Simplex-Algorithmus anwenden können:

Maximiere μ unter den Nebenbedingungen

- (i) $\xi + \frac{1}{(1 - \beta)} \frac{1}{j} \sum_{j=1}^J z_j \leq \text{Riskap}_{\text{-max}} = \omega$
- (ii) $l(\alpha, x) - \xi \leq z_j, \quad j = 1, \dots, J$
- (iii) $-z_j \leq 0, \quad j = 1, \dots, J$
- (iv) $\alpha \in A$
- (v) $\xi \in R$

mit $z_j = [l(\alpha, x_j) - \xi]^+$.

Die Nebenbedingungen (i) bis (iii) bilden die CVaR-Nebenbedingung ab, wobei die freie Variable ξ im Optimum eine Näherung für den Portfolio-VaR liefert.

Nachdem die Effizienzlinie mit Hilfe des CVaR konkretisiert wurde, fehlt zur Durchführung der Portfoliooptimierung die genaue Ausgestaltungsform der Nutzenfunktion. Eine mögliche Nutzenfunktion, die Rendite und CVaR in

¹² vgl. Krokmal, P./ Palmquist, J./ Uryasev, S. (2002)

¹³ Diese Darstellung erfolgt in Anlehnung an Theiler, U. (2002).

Beziehung zueinander setzt, ist die folgende:

$$u = \gamma_1 \mu(\alpha) - \gamma_2 \phi_\beta(\alpha)$$

Anwendungsbeispiele der Portfoliotheorie

Die vorgestellte Methodik ist in sehr verschiedenen Fragestellungen einsetzbar. Insbesondere können solche Fragestellungen analysiert werden, bei denen Aspekte der Unsicherheit und vor allem Diversifizierung entscheidend sind. Derartige Fragestellungen können beispielsweise aus folgenden Teilbereichen stammen:

- Steuerung von Handelsportfolien – darunter fallen natürlich auch Kraftwerksvermarktungs- oder Beschaffungsportfolien – unter Rendite- und Risikoaspekten;
- Pricing von Produkten in unvollständigen Märkten – es sei hier angemerkt, dass der Energiehandelsmarkt durch Unvollständigkeit geprägt ist; diese Fragestellung ist in dem Buch von Borchert/Schemm/Korth¹⁴ behandelt;
- Investition in Portfolien verschiedenster Natur

In diesem Artikel wollen wir das Verhalten in technische Investitionen analysieren, wobei der Anlageraum sich aus zwei verschiedenen Windkrafttechnologien (Onshore und Offshore) und verschiedenen Standorten ergibt. Die betrachteten Risikokategorien in dieser Analyse sind:

- Erlöse aus den Einspeisungen der Windkraftanlagen. Diese Position untergliedert sich zum einen in eine Preis- sowie eine Mengenkompone-
nte. Bei den Preisen wird unterstellt, dass je nach wirtschaftlicher Opportunität alternativ eine EEG-Vergütung oder ein stochastischer EEX-Spotpreis verdient wird.¹⁵ Für

den EEX-Spotpreis wird ein stochastisches Modell formuliert. Die Menge selbst ist abhängig von der Windgeschwindigkeit, für die ebenfalls ein statistisches Modell formuliert wird.

- Neben diesen beiden Risikofaktoren wird eine weitere Größe in die Betrachtung integriert. Die jährlichen Vollkosten aus dem Betrieb der Anlagen werden als zufällig aufgefasst und vereinfacht als statistisches Modell beschrieben.

Da hier das Selektionsverhalten eines Entscheiders unter Rendite-Risiko-Gesichtspunkten analysiert werden soll, wird über eine annuitätische Betrachtung der Kosten die Perspektive auf ein Jahr reduziert.

Fallstudie: Portfolioselektion am Beispiel von Onshore und Offshore Windkraftanlagen

Modellierung der Ausbringungsleistung

Als Datengrundlage dienen zur Approximation der Norddeutschen Region Standorte der Niederlande.¹⁶ Der Anlageraum umfasst 14 Messpunkte, die in dieser Untersuchung teilweise als Onshore- bzw. Offshore-Standorte eingeordnet werden sollen. Abbildung 4 illustriert alle Messpunkte. Die dort vorherrschenden Windgeschwindigkeiten werden zur Kalibrierung der Modelle verwendet. Wir haben keine Kenntnis, ob diese Standorte real als Windkraftanlagenstandorte Verwendung finden bzw. ausgewiesen sind. Insofern ist die

weiteren Schritt in die Betrachtung integriert werden.

¹⁶ Aufgrund der verfügbaren Daten für die entsprechenden Standorte muss diese Näherung verwendet werden. Die Daten sind zu finden unter: ROYAL NETHERLANDS METEOROLOGICAL INSTITUTE KONINKLIJK NEDERLANDS METEOROLOGISCH INSTITUUT <http://www.knmi.nl/samenw/hydra>

Abbildung 4: Onshore und Offshore Windkraftanlagen



hier vorgenommene Betrachtung theoretisch.

Stellvertretend für den gesamten Anlageraum soll im Folgenden exemplarisch ein Offshore - Standort in seiner Zeitreihencharakteristik näher untersucht werden.

In Abbildung 5 ist der stundenscharfe Verlauf der Windgeschwindigkeit des Offshoreshandorts 252 wiedergegeben. Der Datensatz hat einen Erwartungswert von 7,5 m/s. Die Zeitreihe der Offshoreshandorte ist wesentlich in Richtung höherer Windgeschwindigkeiten verschoben und besitzt wenig Wahrscheinlichkeitsmasse in Bereichen, die einen Stillstand (<3m/s) der Windkraftanlage verursachen würden. Das Histogramm besitzt eine ausgeprägte Linksschiefe.

In der Literatur werden verschiedene Modellansätze zur Windprognose und Simulation mit Hilfe von Zeitreihenmodellierung, neuronaler Netze bzw. Modellen, die komplexere klimatische und geographische Gegebenheiten mit einbeziehen, diskutiert.¹⁷ Da die Simulation und nicht die Kurzfristprognose im Fokus dieser Untersuchung steht, konzentrieren sich die weiteren Aussagen auf Zeitreihenmodelle und deren Verteilungsfunktionen.

Für die Beschreibung der Dichtefunktion der Windgeschwindigkeit v wird in der Regel die Weibullverteilung verwendet. Die zwei freien Parameter dienen zur Modellierung der Form bzw. Asymmetrie (a) und Skalierung bzw. Lage (b) der Verteilung.

¹⁷ vgl. Stephos, A. (2000)

¹⁴ Borchert/Schemm/Korth (2006), S. 238 ff.

¹⁵ In diesem ersten Ansatz ignorieren wir vereinfachend den Fehler aus day-ahead-Prognose der Einspeisemengen sowie den tatsächlichen Einspeisungen. Bei der Beantwortung der Frage nach optimalen Gebotsstrukturen für unsichere Leistung am Spotmarkt könnte dieses in einem

$$f_{wei}(v) = \frac{a}{b} \left(\frac{v}{b}\right)^{(a-1)} \exp\left(-\left(\frac{v}{b}\right)^a\right)$$

Für die Anwendung von ARMA Zeitreihenmodellen muss eine Transformation der Zeitreihen über den Formparameter vorgenommen werden.¹⁸ Brown et al.¹⁹ schlug folgende Transformation vor, um die Asymmetrie der Verteilung zu verringern:

$$m = b/3.6 \quad v_{trans} = v^m$$

Für den Datensatz wurde ein m von 0,62 ermittelt. Für die neue Modellierungsgröße können nun Modelle mit normalverteilten Residuen verwendet werden. Im Modell von Toll²⁰ werden Tageswerte mit Hilfe von autoregressiver konditionaler Heteroskedastizität modelliert. In der Arbeit von Ewing²¹ wurden GARCH in Mean Prozesse eingesetzt, um die positive Korrelation zwischen Erwartungswert und bedingter Varianz der Windgeschwindigkeit zum Ausdruck zu bringen. Die Modellierung mit Gamma autoregressiven Regime Switching Modellen wurde von Ailltion/Monroe²² vorgeschlagen, um die physikalischen Grundphänomene für Perioden geringerer Windgeschwindigkeit bei antizyklonischen Bedingungen und der hohen Variabilität bei zyklonischen Bedingungen, in denen aufeinander folgende Tiefdruckgebiete anzutreffen sind, wiederzugeben. In diesem Ansatz soll ein ARMA-GARCH Modell verwendet werden. In einem ersten Schritt wird eine Saisonfunktion mit Hilfe trigonometrischer Funktionen modelliert. Saison und Residuen ergeben additiv die Modellierungsgröße Windgeschwindigkeit

$$v_{trans} = Y_{Sai,t} + Y_t$$

¹⁸ Hierunter fällt z.B. Methodik von Box-Cox Box zur Standardisierung der Varianz. Brown et al. standardisierten in ihrer Untersuchung die Zeitreihe mit Hilfe der Parameter der Weibullverteilung.

¹⁹ vgl. Brown, B.G., Katz, R.W, Murphy, A.H. (1984)

²⁰ vgl. Toll, R.S.J., (1997)

²¹ vgl. Ewing, T., Kruse, J., Schroeder, J. (2004)

²² vgl. Monbet, V., Ailliot, P., Prevosto, M. (2006)

Abbildung 5: Verlauf der Windgeschwindigkeit am Standort 2 (Offshore)
Windgeschwindigkeit im Jahresverlauf 01-07

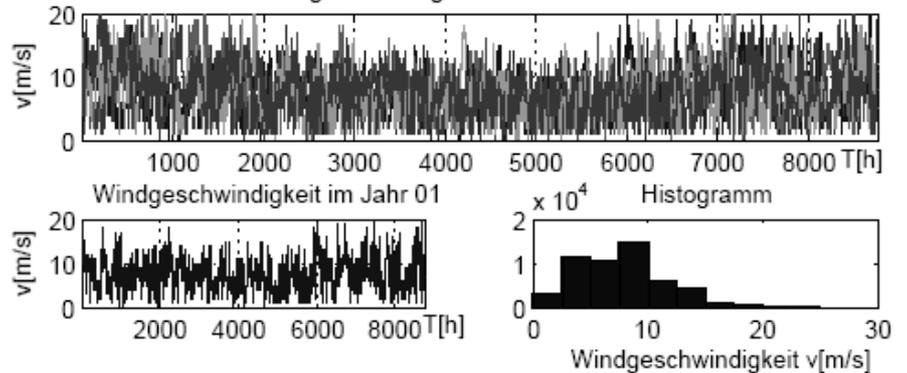
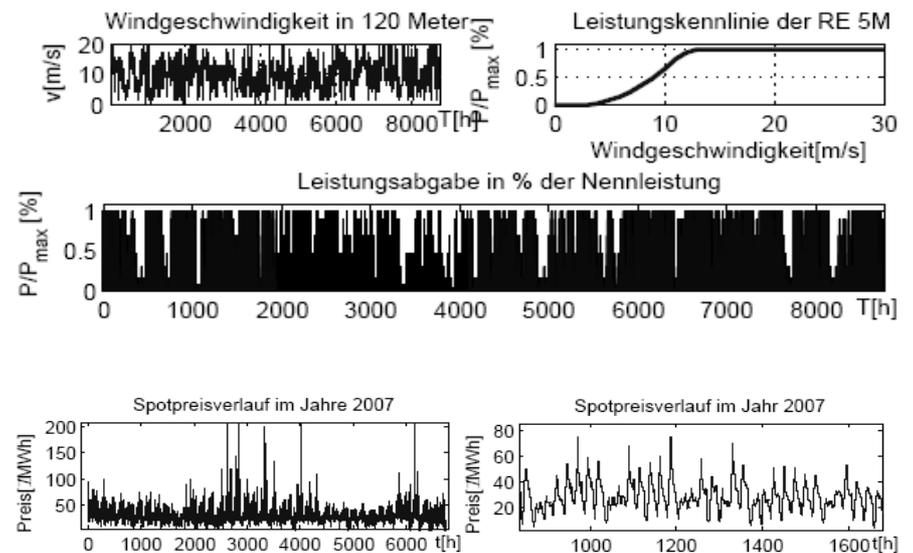


Abbildung 6: Leistungsabgabe mit RE 5M und Spotpreisverlauf



$$Y_{Sai,t} = c + \sum_{i=1}^I a_i \sin(2\pi i t / Periode) + \sum_{j=1}^J b_j \cos(2\pi j t / Periode)$$

Für die Parametrisierung der desaisonalisierten Zeitreihe wird die Klasse der ARMA-GARCH Prozesse verwendet:

$$Y_t = \sum_{k=1}^K \alpha Y_{t-k} + \sum_{l=1}^L \beta \varepsilon_{t-l} + \sigma_t \psi + dG_t$$

$$\psi \sim N(0,1)$$

Sobald der Prozess Y_t die Reflektionsgrenze durch eine Störung überschreitet, reflektiert dG_t den Prozess wieder in den erlaubten Bereich; an allen anderen Stellen ist dG_t Null. Damit wird gewährleistet, dass durch die Stochastik des Prozesses keine Zustände

erreicht werden können, die physikalisch unmöglich sind.

Die Analyse der (partiellen) Autokorrelation und das Informationskriterium führen dazu, dass der Prozess mit sehr geringer Ordnung ARMA(1,1), ARMA(0,1), ARMA(1,1) modelliert werden kann.

Die Modellierung der bedingten Varianz wird durch folgenden Ausdruck formalisiert:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{r=1}^R \gamma_r \varepsilon_{t-r}^2 + \sum_{q=1}^Q \varphi_q \sigma_{t-q}^2$$

$$\varepsilon = \sigma_t \psi$$

Die Parameter für die Offshore-Zeitreihe sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Parameterwerte

Standort	252	
	Parameter	std
C	0,006	0,0011
AR	0,962	0,0011
MA	0,052	0,0030
ARCH	0,168	0,0031
GARCH	0,722	0,0046
K	0,008	0,0002

Die in 10 Meter Höhe gemessene Zeitreihe der Windgeschwindigkeit muss auf die Geschwindigkeit skaliert werden, wie sie in Nabenhöhe der Windkraftanlagen vorherrscht. Ein heuristisches Verfahren wurde zu diesem Zwecke von Hellman entwickelt. Die Windgeschwindigkeit $v(h_2)$ in Höhe h_2 kann über den Potenzansatz aus der Windgeschwindigkeit $v(h_1)$ in der Höhe h_1 und dem Rauigkeitskoeffizienten a_{Hel} ermittelt werden:

$$v(h_2) = v(h_1) \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{a_{Hel}} \quad \text{mit } z = \sqrt{h_1 h_2}$$

$$\text{und } a_{Hel} = \frac{1}{\ln(z/z_0)}$$

Der S-förmige Verlauf der Leistungskurve der Windkraftanlage kann mit Hilfe der logistischen Funktion angenähert oder direkt aus einem Datenblatt interpoliert werden.

Aus der Leistungsabgabe mit einer Windturbine 5M der Firma Repower können im Mittel 4800 Vollbenutzungsstunden am Standort 252 erzielt werden (siehe Abbildung 6).

Modellierung des Spotpreises

Die stündliche Auflösung der Spotpreise offenbart Charakteristika wie Zyklizität auf Jahres- bzw. Wochen- und Tagesbasis, verursacht durch wiederkehrende Lastmuster (siehe Abbildung 6). Daneben sind ein ausgeprägtes Mean Reverting Verhalten, schwankende Volatilität und Preisspitzen, hervorgerufen durch die Inelastizität der

Nachfrage und die Veränderungen der Brennstoffpreise, erkennbar.

Diese besonderen Eigenschaften haben in der Literatur zu einer Reihe von unterschiedlichen Modellansätzen geführt. Die meisten Modelle gehen dabei von einer Zerlegung der Zeitreihe in eine deterministische und stochastische Komponente aus. Dabei werden regelmäßige Schwankungsmuster zumeist durch deterministische Saisonfunktionen (Fourierreihen) bzw. Dummyvariablen modelliert. Für die Modellierung der stochastischen Preiskomponente werden aufgrund ihrer analytischen Handhabbarkeit häufig sich zur Gesamtgröße ergebene mehrfaktorielle Diffusionsprozesse verwendet.

Eine zweite Modellfamilie - hier verwendet - formuliert stochastische Angebots- und Nachfragefunktionen, in denen Saisonalität, das Mean-Reverting-Verhalten sowie langfristiges Wachstum über die physische Lastdynamik bzw. die Brennstoffpreisdynamik abgebildet wird. Der Spotpreis in Form eines Gleichgewichtspreises wird im Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragefunktion gebildet.

In diesem Artikel verwenden wir folgendes Modell für die Nachfrage:

$$L_{t,i} = \mu_i + \sum_{j=1}^n pc_{ij} FL_{t,j} \quad \text{mit } i=1..24$$

Hierbei werden aus deutschen Lastdaten über eine Principal Component Analyse die Principal Components (pc) sowie die Faktorladungen (FL) identifiziert. Die Faktorladungen werden durch ARMA-GARCH-Prozesse modelliert.²³

Die Angebotsfunktion wird aus verschiedenen Technologiesegmenten aufgebaut. Für jedes Technologiesegment wird als Risikofaktor der zugehörige Brennstoff- bzw. CO₂-Preis unterstellt. Die Risikofaktoren setzen sich additiv aus zwei Komponenten zusammen zu

$$\ln(S_t) = k_t + I_t$$

²³ vgl. hierzu Borchert, J. / Schemm, R. / Korth, S., S. 116

$$dl = \mu dt + \sigma_l dZ_l \quad \text{und}$$

$$dk = -\kappa \chi dt + \sigma_k dZ_k \quad \text{und} \quad \rho_{k,l} dZ_k dZ_l$$

Aus diesen Brennstoffpreismodellen werden für jedes Technologiesegment mittels angenommener Wirkungsgrade die Grenzkostengebote ermittelt. Hinter jedem Technologiesegment steht eine ebenfalls geschätzte Gesamtleistung, so dass sich aus den Grenzkosten und den verfügbaren Leistungen pro Technologie die Preis-Mengen-Tupel pro Zeitschritt ergeben. Diese Tupel werden aufsteigend sortiert und zwischen den Stellen linear interpoliert, um die Angebotsfunktion zu entwickeln. Im letzten Schritt werden dann Angebots- und Nachfragefunktion gleichgesetzt und daraus der Preis für jeden Zeitschritt abgeleitet.

Zielsetzung und weitere Randbedingungen der vorzunehmenden Portfoliooptimierung

Im Weiteren soll die Portfolioentscheidung in verschiedene Windkraftstandorte untersucht werden. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die jeweiligen Anlagen über ihre angenommene Tilgungsdauer T in Form einer Annuität I_j der Anfangsinvestition I_{ges} mit dem kalkulatorischem Zinssatz i beschrieben werden. Für I_j gilt also

$$I_j = I_{ges} \frac{i(1+i)^T}{(1+i)^T - 1}$$

Der Zinssatz wird mit Hilfe der WACC-Methodik aus den in Tabelle 2 dargestellten angenommenen Parametern abgeleitet.

Neben der Berechnung der Annuität werden jährliche Betriebskosten in [%] der Investitionssumme vorgegeben. Die sich ergebenden Annuitäten und jährlichen Gesamtkosten sind in Tabelle 3 dargestellt:

Diese Kosten sollen in dieser Untersuchung als Mindestgrößen verwendet werden, die durch unsichere Beträge überlagert werden. Als unsichere Komponenten sind insbesondere der Pro-

jektierungs- und Bauverlauf und damit mögliche unsichere Zusatzkosten der Investition zu berücksichtigen. Daneben können Schadensereignisse die Gesamtkosten erhöhen. Die Höhe der Unsicherheit soll hier in Abhängigkeit der verwendeten Technologie und des Standortes modelliert werden. Für die Stochastik der Kosten wurde eine Exponentialverteilung unterstellt. Die Parametrierung folgt verschiedenen Kostensätzen aus der Literatur, sie konnte aber nicht durch eine quantitative Untersuchung fundiert werden. Die Gesamtkosten ergeben sich damit zu $K_i = (I_j + BK)E(\lambda_i)$ mit E exponentialverteilt mit λ_i für jede Technologie i als prozentualer Aufschlag.

Als erste Ergebnisgröße wird die Rendite aus Rückfluss aus vermarkteter Leistung P_i durch die EEG- und Spotmarktvergütung (EEX) sowie den jährlichen Kosten K verwendet. Hierbei wird die Prognoseunsicherheit der am Spotmarkt bereitstellbaren Leistung vernachlässigt, so dass die Leistung optimal zwischen beiden Preisen aufgeteilt werden kann. Dieser Ansatz unterstellt also eine im Lieferjahr vorhandene Wahlmöglichkeit zwischen EEG-Vergütung und EEX-Spotpreis. Diese Annahme wollen wir in einem zweiten Schritt auf die Novellierung des EEG anpassen. Die Einzelrenditen ergeben sich damit mit:

$$R_{i,t} = \left(\sum_{\forall t} P_{i,t} \cdot \max[EEG, EEX(t)] - K_i \right) / K_i$$

In Abhängigkeit der Höhe der EEG Vergütung entspricht die Formel im finanzwirtschaftlichen Sinne einem Floor, so dass nur noch von einem Mindestlöspotential durch das EEG gesprochen werden kann. Bei Erhöhung der Vergütungssätze wird diese Eigenschaft vermindert.

Die in die Optimierung einfließenden Größen sind der Erwartungswert der Portfoliorendite und der CVaR der Portfoliorendite bezogen auf ein Konfidenzniveau von 0,95. In der Optimierung wird – wie oben formal dargestellt

Tabelle 2: Parameter Zinssatz

FK [%]	EK [%]	FK-Zins	EK-Zins	WACC	Tilgungsdauer	BK[%/I]
70%	30%	5%	12%	7%	15	7%

Tabelle 3: Annuitäten und jährliche Gesamtkosten

Offshoreanlagen				
Iges [€/kW]	Annuität (Ij) [€/a]	BK [€/a]	K [€/a]	
2.500 €	276 €	163 €	439 €	
Onshoreanlagen 1				
Iges [€/kW]	Annuität (Ij) [€/a]	BK [€/a]	K [€/a]	
1.050 €	116 €	58 €	174 €	
Onshoreanlagen 2				
Iges [€/kW]	Annuität (Ij) [€/a]	BK [€/a]	K [€/a]	
1.300 €	144 €	72 €	215 €	

– zu jedem vorgegebenen Renditeniveau das Portfolio mit dem minimalem Risiko ermittelt.

Simulation und Diskussion der Ergebnisse

In der ersten Untersuchung werden die zurzeit gültigen EEG-Vergütungssätze²⁴ für eine Betrachtungsperiode von 15 Jahren mit ca. 73 €/MWh für Onshoreanlagen in Küstennähe, 82 €/MWh für Onshoreanlagen im Inland und 91 €/MWh für Offshoreanlagen zugrunde gelegt.

In der derzeitigen politischen Diskussion wird eine Veränderung der Vergütungssätze insbesondere für Offshore-Standorte erwogen. In der zweiten Untersuchung werden deshalb die zukünftig gültigen Vergütungssätze für eine Betrachtungsperiode von 15 Jahren mit 69,70 €/MWh für Onshoreanlagen in Küstennähe, 79,5 €/MWh für Onshoreanlagen im Inland und 114 €/MWh für Offshoreanlagen verwendet.

Der Erwartungswert der Rendite – hier kalkuliert mit den in Tabellen 1 bis 3 genannten Annahmen – kann analog zum internen Zinsfuß als Wirtschaftlichkeitshürde unter Vernachlässigung des dabei eingegangenen Risikos angesehen werden. Da in die Betrachtung bereits ein mittlerer Diskontsatz (WACC) von 7% eingeht, signalisiert

eine erwartete Rendite größer Null im Rahmen des Modellaufbaus ein Investment als wirtschaftlich sinnvoll. Wesentlich ist aber die Frage, ob ein Investment, d.h. hier einer der fiktiven Standorte, auf der Effizienzlinie liegen, also von einem nach dem skizzierten obigen Modell handelnden Investor in sein Portfolio aufgenommen werden würde.²⁵ In Tabelle 4 und 5 sind die entsprechenden Portfoliogewichte bei beiden Vergütungsregimen dargestellt.

In Abbildung 7 sind die erwarteten Rendite sowie das Risikomaß der Rendite aufgetragen. Der CVaR signalisiert hier die Rendite, die dem in der Optimierung verwendeten entsprechenden Quantilwert entspricht. Der CVaR ist also umso positiver zu bewerten, je weiter er rechts im Feld liegt. Insgesamt geht es in dieser Betrachtung aber weniger um die Lage der Einzelinvestments und der Effizienzlinie im Rendite-/Risikoraum, da dies stark von der Tilgungsdauer und dem Diskontierungszinssatz abhängt. Es geht vielmehr um deren relativ zueinander stehenden Verhältnisse, die ausschlaggebend für das Zusammenstellen der Effizienzlinie sind. Im Fokus steht also die Frage, welche Anlagen auf der Effizienzlinie gehalten werden und wie hoch der Diversifizierungsgrad ist. Die

²⁵ Die Skalierung der Daten in Form der Diskontierung verändert nicht die relative Zusammensetzung der Effizienzlinie, sondern verschiebt diese und die Einzelinvestments nur als ganzes im Rendite-Risiko-Raum.

²⁴ Wir haben für diese Betrachtung das Vergütungsschema vereinfacht dargestellt.

Abbildung 7: Ergebnisse der Portfoliooptimierungsrechnungen

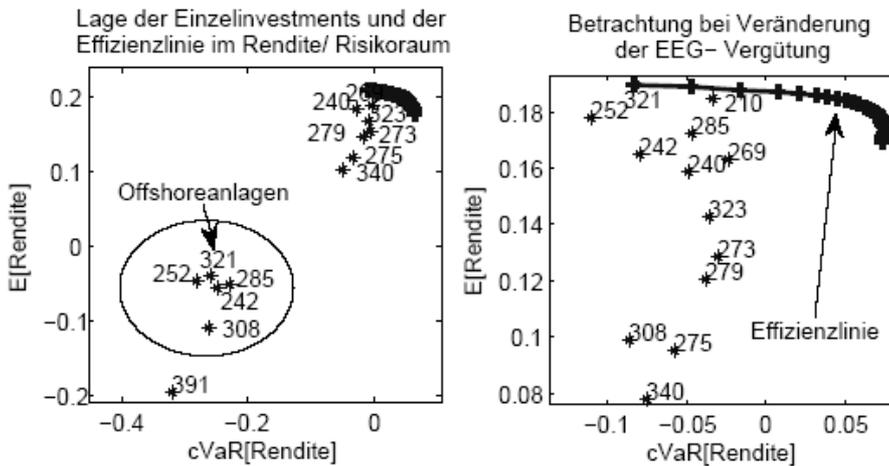


Tabelle 4: Portfoliozusammenstellung unter momentaner EEG-Vergütung

E [Rendite]	cVaR [Rendite]	Portfoliogewichte					
		210	240	269	273	279	323
17,8%	6,8%	0,22	0,15	0,23	0,20	0,08	0,10
18,6%	6,5%	0,29	0,19	0,30	0,11	0,08	0,03
19,2%	6,0%	0,36	0,20	0,35	0,01	0,07	0,01
19,5%	5,8%	0,42	0,21	0,33	0,00	0,03	0,02
20,0%	4,8%	0,53	0,07	0,40	0,00	0,00	0,00
21,0%	-0,8%	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabelle 5: Portfoliozusammenstellung unter künftiger angenommener EEG-Vergütung

E [Rendite]	cVaR [Rendite]	Portfoliogewichte								
		210	240	242	252	269	273	285	321	
17,0%	7,5%	0,13	0,20	0,11	0,08	0,15	0,02	0,14	0,13	
17,3%	7,7%	0,15	0,15	0,11	0,10	0,19	0,00	0,13	0,17	
17,7%	7,3%	0,22	0,00	0,09	0,14	0,23	0,00	0,09	0,23	
18,0%	7,0%	0,33	0,00	0,10	0,17	0,03	0,00	0,15	0,21	
18,5%	4,6%	0,47	0,00	0,00	0,13	0,00	0,00	0,06	0,35	
18,7%	0,8%	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,59	
18,9%	-4,7%	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,86	
19,0%	-8,3%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	

Visualisierung zeigt, dass die Offshore-Standorte bei den derzeitigen Vergütungssätzen die hier geforderte Kapitalverzinsung von zusammen 7% (WACC) nicht erwirtschaften können. Dies ist auf die noch nicht ausgereifte Technologie und die damit verbundenen hohen Investitionsrisiken zurückzuführen. Zudem werden keine Offshorestandorte entlang der Effizienzlinie in Portfolios gehalten, da ihre Rendite-Risiko-Parameter relativ zu denen der Investments an Küsten nahen Standorten inferior sind und eine Diversifikation diesen Nachteil in der Portfoliozu-

sammenstellung nicht ausgleicht. Die bei den verschiedenen Onshorestandorten vorhandenen unterschiedlichen Windbedingungen und die damit verbundene Spanne der Vollbenutzungsstunden (ca. 1800 bis ca. 3500 h/a) wird durch die unterschiedliche Ausgestaltung der Vergütungssätze kompensiert. Insgesamt besitzen nicht alle Einzelinvestments eine Risikoparameterausprägung, die die Kapitalverzinsungsanforderungen deutlich verfehlen lassen würden. Für die ertragreichen Onshorestandorte ist die Ausprägung des Risikomaßes nahezu Null, so dass für be-

stimmte Standorte Kapitalverzinsungsanforderungen selbst im ungünstigen Fall erfüllt werden. Durch die Portfolio diversifizierung kann die Quantilsrendite (d.h. der CVaR) darüber hinausgehend sogar noch deutlich erhöht werden. Dies veranschaulicht, warum die Vergütungssätze zukünftig für Onshoreanlagen sinken.

Der größte Anteil an der Risikoreduzierung im Portfoliozusammenhang wird durch die Diversifikation der Investitions- und Betriebsrisiken erreicht. Daneben wirkt sich mit geringerem Gewicht die Diversifikation der Mengenvariabilität auf die Verbesserung des Risikomaßes aus. Die Variabilität der Rückflüsse durch Einspeise- und Preisstochastik beeinflusst maßgeblich das Einzelrisiko und kann aufgrund der regionalen Auflösung nur begrenzt diversifiziert werden. Dieser Effekt würde bei Vorliegen größerer räumlicher Diversifikationsmöglichkeiten – z.B. Investitionsmöglichkeiten innerhalb von Europa – vermutlich anders aussehen. Für diese weitergehende Analyse fehlen uns allerdings die Winddaten.

Durch die Veränderung der Vergütungssätze im Rahmen der diskutierten Novelle des EEG werden in unserer hier vorgenommenen Modellbetrachtung die Offshoreanlagen wirtschaftlicher im Sinne der Einzel- und der Portfolio Betrachtung gesamten Verteilung Einzelanlagen im Onshorebereich werden riskanter. Insgesamt werden nun ausgewogenere Portfolios auf der Effizienzlinie abgebildet, was die Anzahl der Komponenten als auch die Standorttypen (Offshore; Küstennaher Onshore; Inland Onshore) betrifft (siehe Tabelle 5).

Die Maßnahmen sind in dieser Betrachtung geeignet, sowohl die Investitionstätigkeit im Offshorebereich zu aktivieren, als auch durch niedrigere Vergütungssätze im Onshorebereich Investoren zur Diversifikation von Risiken anzuregen.

Eine weitere Problematik wollen wir mit der skizzierten Methodik behandeln, die in dem neuen "Entwurf des Gesetzes zur Neuregelung der Erneuer-

Tabelle 6: Modellierte Grenzvergütungssätze

Anlage	Risikoaversion	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
	Grenzvergütungssatz	53,58	54,26	54,93	55,59	56,24	56,87	57,49	58,10	58,70	59,29	59,86

baren Energien im Strombereich" mit dem Stand vom 09.10.2007 aufgeworfen wird. Nach dem aktuellen §19 und §20 besteht ein genereller Vergütungsanspruch für den EEG-Anlagenbetreiber durch den Strom aufnehmenden Netzbetreiber für die Stromerzeugung, die nicht von dem Betreiber oder von Dritten in unmittelbarem räumlichen Zusammenhang mit der Anlage verbraucht wird. Nach §20 besteht aber auch die Möglichkeit, den Strom an Dritte zu veräußern. In diesem Fall müssen die EEG-Anlagenbetreiber dem Netzbetreiber bis zum 30. September des Vorjahres dieses anzeigen. In diesem Fall entfällt dann aber der Vergütungsanspruch aus dem EEG. Dieser Effekt wird die im obigen Fall berechneten Renditen verringern. Wir möchten aber eine zweite damit verbundene Fragestellung näher untersuchen.

Nach erfolgter Investition stellt sich im Betrieb der Anlage die operative Fragestellung, eine variable und damit chancen- und riskobehaftete oder eine fixe Vergütung ex ante für das folgende Betriebsjahr zu wählen.²⁶ Man kann mit dem hier skizzierten Modellansatz und der Risikoaversion des Betreibers die Entscheidung quantitativ unterstützen. Hierzu wird mit Hilfe der unterstellten Nutzenfunktion der Nutzen aus Spotmarktvergütung dem Nutzen aus EEG-Vergütung gegenübergestellt. In einer Optimierung wird der Grenzvergütungssatz für das EEG für alle Risikoaversionsniveaus berechnet, bei dem der Betreiber indifferent gegenüber einer Spotmarkt- oder EEG-Vergütung wäre.

Wir verwenden für diese Betrachtung die im einleitendem Teil vorgestellte hybride Nutzenfunktion, die Ren-

dite und Risikomaß durch Linearkombination zueinander gewichtet:

$$u = \gamma\mu(\alpha) + (1-\gamma)\phi_{\beta}(\alpha),$$

hier mit $\gamma_2 = 1 - \gamma$

Da hier eine existierende Anlage unterstellt wird, gehen als Risikofaktoren in das Modell die angenommene Spotpreisverteilung und die stochastische Windgeschwindigkeit ein. Dieses machen wir exemplarisch in der folgenden Betrachtung. Hierbei steht eine Küsten nahe Onshore-Anlage im Fokus der Betrachtung, für die eine Degression der Einspeisevergütung nach 12 Jahren auf 55 €/MWh vorgesehen ist (siehe Tabelle 6).

Der Erwartungswert des durchschnittlichen Jahresspotpreises beträgt im oben skizzierten Spotpreismodell 56,8 €/MWh. Aufgrund der Jahres- und Tagessaisonalität von Spotpreis und Windeinspeisung wird die eingespeiste Leistung im Mittel aller Szenarien mit 59,86 €/MWh am Spotmarkt vergütet. Bei dieser angenommenen Verteilung der Spotpreise sind die EEG-Preisgrenzen für die unterschiedlichen Risikoaversionsniveaus abgetragen ($\gamma = 0$: komplett risikoavers und $\gamma = 1$: risikoneutral). Bei Absenken der EEG-Vergütung auf 55 €/MWh würde laut der hier verwendeten Nutzenfunktion für viele Betreiber eine variable Vergütung am Spotmarkt vorteilhafter erscheinen. In der Berechnung wählen nur relativ risikoaverse Investoren die EEG-Vergütung. Diese sind bei $\gamma = 0$ bereit, bis zu einer Differenz von ca. 6 €/MWh (59,86-53,58) zwischen erwarteter Spotvergütung und EEG-Vergütung auf die variable Spotmarktvergütung zu verzichten. Es ist darüber hinaus zu erwarten, dass die in dieser Problemstellung nicht berücksichtigte Prognosegenauigkeit der Windleistung für die Anmeldung im Spotmarkt als weiterer Risikofaktor zu noch deutlicheren Abständen zwischen

EEG-Vergütung und erwarteter Spotvergütung führt.

Fazit und Ausblick

Der Artikel sollte illustrieren, inwieweit die Methodik der Portfoliooptimierung auch für nicht-handelsnahe Aufgaben verwendet werden kann. Hierzu haben wir einen fiktiven Anlagerraum von Windstandorten definiert. Zudem haben wir – aus Gründen der Verfügbarkeit – niederländische Winddaten angewendet und diese als repräsentativ für entsprechende deutsche Standorte angenommen; d.h. wir haben nicht mit konkreten existierenden Standortdaten arbeiten können.

Im Ergebnis wurden im derzeitigen Vergütungsregime des EEG und bei den vorliegenden Daten geringe Diversifikationseffekte vorgefunden. Bei Anpassung der Vergütungssätze des EEG, wie in der momentan diskutierten Novellierung des EEG angeregt, folgt aus den Modellrechnungen eine zunehmende Investitionstätigkeit in Offshorstandorte. Aufgrund der hohen Investitionskosten bzw. Risiken muss aber ein deutlicher Abstand zur Onshorevergütung gewahrt werden, da erhöhte Risiken vom Investor eine erhöhte Rendite verlangen.

Die Ergebnisse sollten sich bei europäisch verteilten Standorten deutlicher in Richtung Diversifikationseffekte durch die Mengenvariabilität verschieben.

Für eine zukünftige Untersuchung der Wirtschaftlichkeit von Windkraftanlagen wird bei Auslaufen des EEG nicht nur die Variabilität des Stromspotpreises eine entscheidende Größe darstellen, sondern auch seine Beeinflussbarkeit durch die im Markt eingespeiste Menge aus Windenergie. Dies führt zu einem negativ korrelierten Zusammenhang zwischen Strompreis und Windeinspeisung, da sich eine erhöhte Einspeisung zu einem Zeitpunkt wie

²⁶ Wir wollen hiermit also nicht der Frage nachgehen, ob die Investition wirtschaftlich ist, sondern wir wollen lediglich ein Verfahren skizzieren, mit dessen Hilfe die Entscheidung zur Wahl der geeigneten Vergütung unterstützt werden kann.

eine Nachfrageverringern im Angebots-Nachfrage-Modell auswirkt. Die Ertragsrückflüsse werden damit vermindert. Dieser Effekt führt dazu, dass Standorte mit hoher Qualität und einem zügigen Ausbau selbstregelnd gegenüber anderen Standorten an Attraktivität verlieren werden.

Literatur

- Auckenthaler, C. (1994): Theorie und Praxis des modernen Portfolio-Managements, 2. Auflage, Haupt Verlag, Bern, Stuttgart, Wien.
- Benninga, S. (1998): Financial Modeling, 3. Edition, The MIT Press, Cambridge, London.
- Borchert, J., Schemm, R., Korth, S. (2006): Stromhandel - Institutionen, Marktmodelle, Pricing und Risikomanagement.
- Bollerslev, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 307-27.
- Brown, B.G., Katz, R.W., Murphy, A.H. (1984): Time series models to simulate and forecast wind speed and wind power. *J. of clim. and appl. meteor.* 23, 1184-1195.
- Bundesgesetzblatt (2004): Gesetz für den Vorrang Erneuerbarer Energien vom 21. Juli 2004. Bundesgesetzblatt, Teil 1, 2004, Nr. 40, S. 1918 ff.
- Elton, J., Gruber, M. (1991): Modern Portfolio Theory And Investment Analysis, 4. Edition, John Wiley & Son, Inc, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore.
- Engle, R. (1982): Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of the U.K. Inflation, *Econometrica*, 987-1008.
- Enercon (2005): Technische Daten E-82 200KW, <http://www.enercon.de>, 2005, 05.09.2005
- Ewing, T., Kruse, J., Schroeder, J. (2004): Time Series Analysis of Wind Speed with Time-Varying Turbulance, http://www.ecu.edu/hazards/pdfs/working_papers/garch_time_wp\1004\001.pdf, 2004, 05.09.2006.
- Gast, C. (1998): Asset Allocation-Entscheidungen im Portfolio-Management, Reihe Bank- und Finanzwirtschaftliche Forschungen, Band 274, Verlag Paul Haupt, Bern, Stuttgart, Wien.
- Garz, H., Günther, S., Moriabadi, C. (1997): Portfolio-Management, Bank Akademie Verlag, Frankfurt am Main.
- Jeske, T., von Hirschhausen, C. (2005): Offshore Windenergie: Studie zur Rentabilität von Offshore-Windparks in der Deutschen Nord- und Ostsee, *Zeitschrift für Energiewirtschaft*, Vol.29, No.1.
- Krokhmal, P., Palmquist, J., Uryasev, S. (2002): Portfolio-Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints, in: *The Journal of Risk*, Vol. 4, No. 2, 2002, pp. 11-27.
- Larsen, N., Mausser, H., Uryasev, S. (2001): Algorithms for Optimization of Value-at-Risk, Research Report 2001-9, University of Florida, Gainesville.
- Markowitz, H. (1952): Portfolio Selection. In: *The Journal of Finance*, Vol. 7, S.77-91.
- Monbet, V., Ailliot, P., Prevosto, M. (2006): Survey of stochastic models for wind and sea state time series, <http://web.univubs.fr/sabres/Monbet4/doc/pemA4.pdf>, 2006, 14.11.2006
- Pschorr-Schoberer, E., Schindler, J., Stiller, C., Weindorf, W. (2006): Offshore-Windenergie in der deutschen Energieversorgung. Eine Kurzexpertise über Potenziale, Chancen und Risiken, Studie im Auftrag der Windenergie-Agentur, Juni 2006.
- Rockafellar, R.T./ Uryasev, S. (2000): Optimization of Conditional Value-at-Risk, in: *The Journal of Risk*, Vol. 2, No. 3, pp. 21-41.
- Rockafellar, R.T., Uryasev, S. (2002): Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions, in: *Journal of Banking and Finance*, 26(2002), pp. 1443-1471.
- Stephos, A., (2000). A comparison of various forecasting techniques applied to mean hourly wind time series. *Renewable Energy*, 21, 23-35.
- Theiler, U. (2002): Risk-/Return-orientierte Optimierung des Gesamtbank-Portfolios unter Verwendung des Conditional Value at Risk, in: Chamoni, P./ Leisten, R., Martin, A., Minnemann, J., Stadler, H. (Eds.): *Operations Research Proceedings 2001*, Berlin, 2002, S. 183-190.
- Toll, R.S.J., (1997). Autoregressive conditional heteroscedasticity in daily wind speed measurements, *Theor. Appl. Climatol.*, 56, 113-122.